ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

تحليل أداء معلمي الرياضيات وفق مجالات التفكير الجبري في ضوء معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر

أ.د. علي محمد الزعبي
المناهج وطرق التدريس، كلية العلوم التربوية، جامعة اليرموك، الأردن
البريد الالكتروني: ali.m@yu.edu.jo

د. نبيله أحمد عتوم
وزارة التربية والتعليم الأردنية، الأردن
البريد الالكتروني: nabeela8master@gmail.com

الملخص

هدفت الدراسة إلى تحليل أداء معلمات رياضيات المرحلة الأساسية ضمن تطبيق برنامج تدريبي وفق معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر بهدف تحسين الأداء وفق مجالات التفكير الجبري لدى معلمات الرياضيات، تم إعداد دليل البرنامج التدريبي وأدوات الدراسة، والتأكد من صدقها وثباتها، تم اختيار عينة متيسرة من مدارس قصبة جرش، تكونت من (36) معلمة رياضيات مقسمة إلى مجموعتين: واحدة تجريبية تكونت من (18) معلمة خضعوا للتدريب وفق معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر، والأخرى ضابطة مكونة من (18) معلمة لم يخضعوا للتدريب. أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية في اختبار التفكير الجبري بين أفراد المجموعتين الضابطة والتجريبية لصالح المجموعة التجريبية التي تم تدريبها، كما اقترحت مواقف تعليمية ملائمة لطبيعة المحتوى الرياضي الجبري تساعد المعلم في تحسين الأداء التدريسي داخل الفصول الدراسية.

الكلمات المفتاحية: مجالات التفكير الجبري، معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر، معلمة رياضيات المرحلة الأساسية.

DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

Analysis Performance of Mathematics Teachers within Algebraic Thinking in light of Pedagogical Content of Algebra Knowledge (PCKA)

Prof. Ali M. Alzoubi
Curricula and teaching methods, College of Education Sciences, Yarmouk University, Jordan
Email: Ali.m@yu.edu.jo

Dr. Nabeela A. Otoum
Ministry of Education, Jordan
Email: Nabeela8master@gmail.com

ABSTRACT

The study aimed to analyze the performance of the primary mathematics teachers within the application of a training program according to the pedagogy knowledge of the content of algebra in order to improve performance according to the areas of algebraic thinking among mathematics teachers, the training program guide and study tools were prepared, and to ensure their validity and stability, an available sample was selected from the schools of the Kasbah of Jerash, consisting of (36) mathematics teachers divided into two groups: one experimental consisted of (18) teachers who undergo training according to the pedagogical content knowledge of algebra, and the other was a control consisting of (18) teachers who did not They undergo training. The results showed that there were statistically significant differences in the algebraic thinking test between the members of the control and experimental groups in favor of the experimental group that was trained, and suggested educational situations appropriate to the nature of the algebraic mathematical content that help the teacher improve teaching performance in the classroom.

Keywords: Algebraic Thinking, pedagogical Content knowledge of algebra, Primary Mathematics teacher.

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

مقدمة

يتشكل دور معلم الرياضيات في عملية التدريس من خلال إلمامه المعارف المتضمنة: معرفة طبيعة الرياضيات والتنظيم العقلي لها، والتمثيلات الرياضية المرافقة، ومعرفة المتعلمين وإدراكهم، ومعرفة البيداغوجيا وآلية تنظيم الفصول الدراسية، وتتمثل معرفة المعلم بالبيداغوجيا في المعرفة الواسعة والعميقة بالممارسات والأساليب والاستراتيجيّات لتعزيز تعليم المُتعلمين، وفهم النّظريات المعرفيّة والاجتماعيّة للتّعلم وكيفية تطبيقها في الفصول الدّراسية وتأثير المعلم على تحصيل المتعلمين من خلال تحسين الأداء التدريسي للمعلمين وتطوير خبراتهم. (Hill, Schilling & Ball,2004)

وقد فصّل (Shulman,1986) المعرفة البيداغوجيّة إلى استراتيجيّات إدارة الفصول الدّراسيّة وتنظيمها، ومعرفة المُتعلِّمين وخصائصهم، ومعرفة السّياقات التعليميّة بدءاً من أعمال الفصول الدّراسيّة، وإدارة وتمويل التّعليم إلى طبيعة المجتمعات والثقافات، ومعرفة المحتوى الّذي يتضمن معرفة المناهج الدّراسيّة مع فهم خاص للمواد والبرامج، كما ناقش معرفة بيداغوجيا المحتوى من خلال فهم ما الذي يجعل التعلم يتضمن مفاهيم سهلة أو صعبة، والمعرفة السابقة للمتعلمين باختلاف أعمارهم، وفيما إذا كانت تتضمن مفاهيم خاطئة، ومعرفة الاستراتيجيات والأساليب التي يمكن من خلالها إعادة تنظيم بناء المعرفة المقصودة.

وعرّف (Black,2009) معرفة بيداغوجيا المحتوى الرياضي على أنها توظيف المعلم لمعرفته وتقديم المحتوى بطرق منظمة للوصول إلى التمثيلات المتعددة، واستراتيجيات متنوعة لحل المسائل الرياضية، وإجراء روابط بين مفاهيم المحتوى الرياضي، وفهم المعلمين "أين، ولماذا يرتكب المتعلمين الأخطاء" وتقديم التبريرات المنطقية والنماذج المناسبة.

كما عرّف (Bos & Lee, 2014) معرفة بيداغوجيا المحتوى الرياضي أنها مجموعة من الوحدات البيداغوجية التي تنتج بشكل أساسي من التخطيط والتفاعل وما بعد النشاط في مراحل التعليم ومن العملية الإبداعية المتأثرة بالتفاعل بين البنى المعرفية المختلفة والمعتقدات.

وأكد (Shepherd,2019) في دراسته المسحية تأثير معرفة المعلم بالمحتوى الرياضي على أداء المتعلم، وأن المعرفة والفهم العميق للمحتوى الذي يتم تدريسه يؤثر على قدرة المعلم في نقل المعلومات بطريقة ذات مغزى تمكن المتعلم من تعزيز تفكيره النقدي والتحليلي، وبناء علاقات إيجابية تعزز من بيئة التعلم.

ولسد الفجوة بين معرفة المحتوى الرياضي والمعرفة البيداغوجية للمحتوى فقد أكد (Turnuklu & Yesildere,2007) أهمية الفهم العميق لكلا المعرفتين وأنه لابد من تدريب معلمي الرياضيات في جوانب تتضمن "معرفة محتوى الرياضيات" و "معرفة بيداغوجيا المحتوى" في مساقات الجامعة أو البرامج التدريبية الموجهة للمعلمين.

ولتحقيق جودة المعرفة البيداغوجيّة أكّدت خصاونة والبركات (2007) إعداد مُعلم متمكن في محتوى الرياضيات، واستراتيجيّات تدريسها مع الاستمرار في تطويره المهني، والإلمام الكافي بطرائق التّدريس الفعّالة، واكتساب القدرات التي تمكنه من ملاحظة مدى تقدم المُتعلمين، وكيفيّة فهمهم للمعرفة الرّيّاضيّة، والإلمام بالوسائل والمصادر التي تدعم المنافسة والكفاية في الرّيّاضيّات.

إلاّ أن الفجوات التي تنبع من أبحاث تعليم الرياضيات قد أشار اليها (Hill, Ball & Schilling,2008) أولها: الافتقار الى الدراسات التربوية التي تثبت أن المعلمين يمتلكون المعرفة ببيداغوجيا المحتوى بصرف النظر عن المحتوى الرياضي، وثانيها: عدم وجود تقييم كافي للبرامج التدريبية المصممة لتحسين معرفة المعلمين في هذا المجال وفهم كيفية عملها.

وأشار (Tsafe,2013) أن بيداغوجيا المحتوى الرياضي عملية مركبة ومعرفة عميقة تتضمن اتخاذ قرارات مستمرة، وتوظيف التقنيات والاستراتيجيات التي من شأنها الحصول على صورة واضحة لمعرفة المحتوى، وأن فشل المعلمين في تطبيق معرفة البيداغوجيا هو أحد الأسباب التي تجعل بيداغوجيا المحتوى موضوع نقاش، وسبباً لاحقاً في عدم تحقيق النتاجات المقصودة.

كما ناقش (Guler & Celik,2021) الصعوبات وأوجه القصور في فهم المفاهيم والإجراءات الرّيّاضيّة وتجسيدها، وارتباط معرفة المحتوى الرياضي بمعرفة بيداغوجيا المحتوى، وإعطاء المزيد من الخبرة حول تطوير الفهم الرّياضي في التّدخلات المستقبلية الخاصة بالتّدريب في مجال المعرفة البيداغوجيّة للمحتوى

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

الرياضي.

وباعتبار التّفكير الجبري أساس التّعلّم والتّدريس في فصول الرياضيات ناقش (Magiera, van den Kieboom & Moyer,2017) دعم قدرة هذا التّفكير لمُعلمي الرياضيات من خلال تصميم برامج تدريب المُعلِّمين الّتي تتناول القضايا المتعلقة بتعليم الجبر مع التّركيز على قدرتهم تبرير القواعد والإجراءات الجبريّة، والتّركيز على عادات العقل الخاصة بالتّفكير الجبري، مثل: التّجريد، والعمليات الرياضيّة؛ لإنشاء فهم شامل لمهارات التّفكير الجبري.

عرفَ (Kieran,2004) التّفكير الجَبرِي بأَنهُ تَطوِير التّفكير ضِمنَ الأَنشِطَةِ الّتي تَستخدم الرمزَ أداةً لها، أو الأَنشطة الّتي يمكن تطبيقها دون استخدام الرمز وتحليل العلاقات بين الكميات وصياغة التّراكيب الجبريّة ودراسة المتغيّرات والتّعميم وحلّ المشكلات والتّبرير والتّنبؤ من خلال مواقف العالم الحقيقي الّتي يمكن وصفها بالنماذج.

وعرّفَ (Kaput,2008) التفكير الجبري بأنه صياغة التعميم الرياضي من خلال استخدام أنظمة الرموز الرسمية والعمل على الرموز داخل الهياكل الرياضية، وتفسيرها من خلال توظيف المتغير والرسوم البيانية والجداول وأشكال اللغة الرياضية، ودمج الأنظمة الرياضية في أنحاء العمل الجبري.

ووصف (McCrory et al., 2012) التفكير الجبري من خلال الرمز المغلف بأشكال معممة تحتاج إلى توضيح، وأن فك التغليف ينطوي على إرفاق المتعة للمعنى الرمزي الجبري والخوارزميات والتمثيلات من خلال الاهتمام الدقيق الذي يجب على المعلمين القيام به للتأكد من أن الأفكار الجبرية واضحة.

وعرّف (Hodgen, Oldenburg & Strømskag,2015) التفكير الجبري من خلال إنشاء تعبيرات ومعادلات جبرية تُمثل الحالات الكّمية، وتعبيرات العمومية الناشئة من أنماط الشكل أو التسلسلات العددية، والقواعد التي تحدد العلاقات العددية، كما تتضمن الأنشطة التحويلية والنمذجة والتنبؤ ودراسة الهياكل الرياضية وتحليل العلاقات والتعميم والإثبات.

كما قدّم (Steinweg,2017) التفكير الجبري كفرص تعلم غنية تتضمن تفسير العلاقات بين المعادلات والعمليات الحسابية، وتحليل الأنماط والهياكل الرياضية، وتطبيق التكافؤ والمساواة كعمليات أساسية، والتركيز على الجبر كحساب مُعمم من خلال تنفيذ مهام مُصممة لوصف الهياكل الرياضية.

وناقش (Carraher & Schliemann,2018) التفكير الجبري كمجموعة من المراحل البلاغية والرمزية المتزامنة في تمثيل العلاقات الكمية والأنماط، وتتوسع مراحل الجبر بالأرقام والمواقف اليومية؛ ليكون خيط رئيس في الرياضيات المدرسية (K-12)، كما ناقش التفكير الجبري كأَحد أَهم البُنى المعرِفية الرياضِية الذي يربط العلاقات والرموز ضمن المتَغيرات وَالتفكير النسبي والعلاقات والأنماط وتكافؤ التعبيرات وحل المُعادلات والنمذجة الجبرِية.

وذكر (Windsor,2010) أهمية تحسين التفكير الجبري باستخدام نهج حل المشكلات وتوسيع ممارسات التدريس المستخدمة في الفصول الدراسية كفرصة لإثراء تفكير المتعلمين مع الحفاظ على التعميمات الرياضية بحيث يساعد على مشاركة الخبرات.

وناقش (Bos & Lee,2014) الأدلة التي تدعم فهم المعلم لتعلم التفكير الجبري، وتطبيق الاستراتيجيات المناسبة من خلال تعزيز استخدام التمثيلات المتعددة، وعمليات التواصل المعرفي، ودعم حل المسائل على أساس مفاهيمي مرن، وفي نفس السياق اقترح عمر (2015) أسس النمذجة الجبريّة من خلال ترجمة المسائل إلى معادلات رياضيّة كأداء معرفي منظم يبين أهمّية التّفكير الجبري الّذي يمارسه المتعلم ضمن السّياق، ومحاولة تحسين الممارسات التّدريسيّة بناءً على ما جاء من أداء بما يخدم هذا التّفكير وضمن علاقات تُسهّل التّعامل مع البنية الجبريّة والمهارات المعرفيّة.

وكشف هيرنن (Hernon,2009) أهمّية تغيير الممارسات في سياق التّدريب كجزءٍ من عمليّة التّعلّم وفهم طبيعة الرّيّاضيات وطبيعة التّفكير الجبري، وأهمّية صقل النهج التّدريسيّة لصالح هذا التّفكير وأن استراتيجيّات التّدريس التّقليدية التي يقوم بها المُعّلم لا تعمل بشكلٍ جيد.

وأثار (Hodgen, Oldenburg& Strømskag,2015) من خلال دراسته السؤال الرئيس "ما إذا كان هناك حقاً شيء جديد يمكن قوله عن التفكير الجبري أم لا؟" وللإجابة تم الاطلاع على ما مجموعه (146) ورقة من جميع أنحاء العالم، أكدت جمعيها أهمية توضيح ماهية التفكير الجبري، ومناقشة الموضوعات الخاصة بتدريسه

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

لكل من المعلم والمتعلم والنظر في سبل تحسين الأداء ضمن هذا التفكير داخل الفصول الدراسية.
وبسبب ضعف استراتيجيات التَدريس التقليدية ونقص موارد المناهج الدراسية التي تَدعم هذا التفكير فقد أَشارت عُثمان (2020) إلى ضعف تطبيق التّفكير الجبريّ وضعف نهج التّعلم والتعليم داخل الفصول الدراسية، وعدم فهم المتعلمين لخصائص عَمليات الحساب الجبري، واستخدام القواعد في حل المشكلات، وعدم وجود أَسئلة توظف مجالات هذا التّفكير بشكل جيد داخل الفصول الدراسية.
لذا لا بُدَّ أن ينخرط المُعلم في التفكير الجبري وأن يكون قادراً على إشراك المُتعلمين في هذا التّفكير وفهمه لاكتساب رؤى مهمة حول كيفية تحسين الأفكار الجبريّة، والاهتمام بمواقف تفكير المُتعلمين، وتحديد ما يعرِف المُتعلمين بالفعل وما لا يعرفون ويستدعي هذا التّفكير التّركيز على مجالات رئيسة عرّفها (Sibgatullin & et al.,2021) كالآتي:

- التّعميم وصياغة العمليّات الحسابيّة: تتضمن مهارات تحليل المعطيات لصياغة مقدار جبري، والتعبير عن مقدار جبري بالكلمات والمتغيرات، وتحديد القيم الّتي تمثل التعميم الجبري، وتبرير التعميم الجبري باستخدام الحجج القائمة على التّمثيل.
- العمليّات على المعادلات: تتضمن مهارات تفسير معادلات مكتوبة بصيغ مختلفة، وتحليل جمل مفتوحة، واستخدام النمذجة الجبريّة في حلّ مسائل متنوعة، وتحديد معنى المتغيّرات في تمثيل كميّات غير معروفة، وتفسير مقادير الجبريّة في سياقات واقعية، وتحليل معادلات لإيجاد قيمة المتغيّر.
- اللغة والتّمثيل الجبري: تتضمن مهارات استخدام متغيّرات لتمثيل التّعميمات الحسابيّة، واستخدام متغيّرات لتمثيل كميّات غير معروفة، وتفسير معنى متغيّر ضمن سّياق مطروح، ووصف قاعدة اقتران باستخدام المتغيّرات.
- العلاقات والاقترانات: تتضمن مهارات تكوين بيانات خطيّة، وتنظيمها في جدول الاقتران، وتحديد معنى متغيّر مستخدم لتمثيل متغيّر كمي، وتحديد النّمط ووصفه بالكلمات، وتحديد قاعدة اقتران ووصفها بالكلمات والمتغيّرات، واستخدام قاعدة اقتران للتّنبؤ بقيم الاقتران البعيدة، وبناء رسم بياني إحداثي.
- تحليل الهياكل الرّيّاضيّة: تتضمن مهارات استخدام افتراضات وتّعاريف أُنشئت لدعم الاستدلال، وشرح خطوات وبناء سلاسل المنطق لتبرير أو دحض تّخمين، وتحديد الشّروط الّتي تقبل الحجّة، وامتلاك قوّة الاتّصال والعرض لنظام معادلات ومنطقها ومدى اتّصالها بالموقف أو السّياق المطروح.

وينتج عن تفاعل ما سبق انفتاح المُعلمين على التّنويع في المهام الأدائيّة وتطبيق استراتيجيّات واضحة، وما يحتاج المُتعلِمين معرفته، وكيف يتّم تدريسهم، واستخدام المعرفة المكتسبة في إدارة الفصول الدّراسيّة وتقييمها.

مشكلة الدّراسة وأسئلتها

نظراً للتّحولات الّتي يشهدها تعلم وتعليم الرّيّاضيّات واستجابةً للمعايير التّخصصيّة التي أطلقتها وزارة التّربية والتّعليم الأردّنية لعام (2019) التي تضمنت معيارِ" التّفكير والتواصُل الرياضي" كمجال رئيس، وتحديد أَنماط التّفكير الرياضيّ كمجال فرعي بهدف تمكين المُعلم من أَنماط التفكير الرياضي وتوظيفها في تَنميةِ مَهاراتِ التّفكير لدى الطلبة، والاهتمام بالمسار المهني لمُعلِّم الرّيّاضيّات، وما تنادي به توجيه الجهود والرؤى لتمكين المُعلم، وفي ظل تغيير مناهج الرّيّاضيّات المدرسية الجديد (K - 12) مما يدعو إلى تركيز الاهتمام من خلال توظيف برامج تعمل في تحسين قدرات المُعلم لتحقيق مستويات متقدمة في أداء الطالب.
ومن خلال وجود الباحثان في الميدان التّربوي واجها مواقف يمكن أن تكون على قدر من الأهمّية، حيثُ لاحظا ضعف أداء المتعلمين في وصف الأنماط وربطها وتعميمها وتوظيف الاستدلال الجبري في حلّ المسائل الجبريّة، وتطبيق القواعد الجبريّة للتّعبير عن المعرفة الرّياضية؛ مما يستدعي تحسين أداء المُعلمين بشكلٍ يحاكي مصادر المعرفة وتطبيقها في العمليّة التّعليميّة بهدف تحسين مجالات التّفكير الجبري، وفي السياق نفسه أكد موسى والجبر (2019) دور التّدريب في تنمية وتحسين أداء المُعلِّمين داخل الفصول الدّراسيّة، والتّركيز على المُعلّمين في الكليّات الجامعيّة ضمن مساقات الرّياضيات لتعميق الفهم، وتزويدهم بالمفاهيم الرّيّاضية وكيفية تدريسها والطرق الأنسب لتقديمها. لذا، فإنّ التوجه البحثي الحالي يتمحور في السؤال الرئيس الآتي" ما مظاهر أداء مُعلمات رياضيات المرحلة الأساسية ضمن مجالات التّفكير الجبري في ضوء معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر؟" وبالتحديد تجيب الدّراسة عن الأسئلة الآتية:

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

- ما مستوى أداء معلمات رياضيات المرحلة الأساسية في التفكير الجبري في ضوء معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر (PCKA)؟
- ما مظاهر أداء مُعلِّمات رياضيات المرحلة الأساسية في مجالات التّفكير الجبري في ضوء معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر (PCKA)؟

أهمّية الدّراسة

يفيد التّوجه البحثي في إثراء الجانب المعرفي بكيفية تصميم مواقف تعليميّة ملائمة لطبيعة المحتوى الرياضي الجبري لدى مُعلمي الرّياضيّات، ومن الناحية التطبيقية فإنه يُضيف للمجتمع التّربوي تحليل أداء يمكن الاستفادة منه في تحسين التّفكير الجبري لدى مُعلمي الرّياضيّات ضمن معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر، وتقديم اقتراح اختبار معرفي للتّفكير الجبري لمعرفة مدى درجة فاعليته وجودته في إعداد المُعلمين، كما يُضيف التوجه البحثي برنامج تدريبي مقترح يُساعد في إعداد المعلمين وتحسين الأداء التدريسي داخل الفصول الدراسية.

مصطلحات الدّراسة والتّعريفات الإجرائيّة

التّفكير الجبري: يعرفه الباحثان إجرائياً: الدّرجة الّتي تحصل عليها مُعلمة رياضيات المرحلة الأساسية في اختبار التفكير الجبري وفق مجالات: التّعميم وصياغة العمليات الحسابيّة، والعمليّات على المعادلات، وتحليل الهياكل الرّياضيّة، والعلاقات والاقترانات، واللُغة والتّمثيل الجبري.

معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر: يعرفها الباحثان إجرائياً: الدرجة التي تحصل عليها معلمة رياضيات المرحلة الأساسية ضمن بطاقة ملاحظة صُممت لقياس المعرفة التي تتضمن معرفة البنية المادية لمحتوى الجبر، ومعرفة خصائص المتعلمين، وتحويل المحتوى لمادة قابلة للفهم، ومعرفة المحتوى التركيبية الجبرية بالإضافة إلى الوظائف التي يؤديها تعلم المفاهيم، ومعرفة صعوبات التعلم ومفاهيم المتعلمين نتيجة تنوع خلفياتهم ضمن المرحلة الأساسية (من الصف الخامس الى الصف الثامن الأساسي) وصقل المعارف السابقة من خلال المحتوى الرياضي الجبري المحدد في البرنامج التدريبي المُعد لذلك.

مُعلِّمة رياضيات المرحلة الأساسية: يُعرّفها الباحثان إجرائياً: مُعلمة الرّيّاضيّات الّتي تقوم بتدريس المرحلة الأساسية من الصّف الخامس الأساسي إلى الصّف الثّامن الأساسي، والتّابعة لمديريّة التّربية والتّعليم/ محافظة جرش.

حدود الدّراسة ومحدداتها

تمثلت الحدود الموضوعيّة بالمحتوى الجبري وفقاً للإطار العام للريّاضيات ومعاييرها ومؤشرات أدائها الصادر عن المركز الوطني لتطوير المناهج الأردنيّة (2021) للمرحلة الأساسية (من الصّف الخامس الأساسي إلى الصّف الثّامن الأساسي) حيث تضمنت المادة العلميّة الخاصة بمحتوى وحدة الجبر المصممة للمرحلة الأساسية الآتي: المقادير الجبريّة، وحل أنظمة المعادلات الخطّيّة، والعلاقات والاقترانات، وتضمنت الحدود الموضوعيّة في اختبار التّفكير الجبري مجالات: التّعميم وصياغة العمليّات الحسابيّة، والعمليّات على المعادلات، وتحليل الهياكل الرّيّاضيّة، والعلاقات والاقترانات، واللُغة الجبرية والتّمثيل، واقتصرت الحدود المكانيّة اختيار مجتمع الدّراسة التّابع لمديرية التّربية والتّعليم لمحافظة جرش، وتمثلت الحدود البشريّة في اختيار الباحثة عيّنة متيسرة من (36) مُعلمة رياضيّات من مُعلمات المرحلة الأساسية التّابعة لمديرية التّربية والتّعليم لمحافظة جرش للعام الدّراسي (2024/2023).

الدراسات السابقة

بعدَ مُراجعة الأَدبِ البَحثي في قَواعدِ البَياناتِ والمجلّاتِ الدَوريةِ المحكَّمةِ، ومن خلالِ اطِّلاعِ الباحثَان على دراساتٍ تَناولتْ تدريب المعلمين يُمكن عَرض الدِراساتِ السابِقةِ الَّتي طبقَت تدريبِ المعلمين وتَفاعل العديد من المُتغيرات، حَيث تَم اختِيارُها جَميعها ضِمن الرياضِيات وتسلسُلها الزمنّي جميعاً من الأحدث إلى الأقدم.

كشفت دراسة (Mastuti & Prayitno,2023) أفكار معلمي المدارس الثانوية حول تصميم المهام وبيداغوجيا الرياضيات لعينة مكونة من (12) معلم في مقاطعة جاوة، اتبعت الدراسة المنهج الوصفي النوعي حيث أُجريت ملاحظات أولية لمراقبة تصميم مهام الجبر الغنية لمدة ستة أشهر في ثماني مدارس، وتم رصد معرفة المعلم من

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

خلال الملاحظة المباشرة والمقابلات غير المنظمة، أظهرت النتائج أن معرفة المعلمين حول تصميم مهام من الكتب المدرسية إلى مهام رياضيات غنية وقدرتها على تعزيز التفكير الإبداعي للمتعلمين.

وسعت دراسة (Osei & Agyei,2023) إلى الكشف عن صعوبات معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر وصعوبات محتوى الجبر في الرياضيات الإعدادية لمعلمي الرياضيات داخل وخارج الخدمة في غانا، تكونت العينة من (374) معلم، طُبق المنهج المسحي الوصفي بأداة مكونة من (60) سؤال تناولت مجالات معرفة المحتوى وبيداغوجيا المحتوى الجبري، وكشفت النتائج أن معلمي الرياضيات خارج الميدان لديهم معرفة بمحتوى الجبر وبيداغوجيا المحتوى تقل عن المتوسط بينما معلمي الرياضيات في الميدان فقد أظهروا معرفة أعلى في كلا المعرفتين وهذا يستدعي إعداد معلمي الرياضيات وإقامة روابط بين الأخطاء المختلفة وما يقابلها من المفاهيم الخاطئة.

وحققت دراسة (Mastuti, 2023) في معرفة بيداغوجيا المحتوى لرؤية النشاط في التفاعلات بين المعلم والمتعلم بعينة مكونة من معلم واحد في نيجيريا، اتبع البحث نهج دراسة حالة، من خلال مهام متنوعة في الجبر، وتم جمع البيانات من خلال الملاحظات ونصوص مقابلات المعلم وملاحظات الباحث، أظهرت النتائج كشف المعرفة البيداغوجية للمحتوى من خلال توليد الأفكار وتوضيحها وتقييم معقوليتها.

كما وصفت دراسة (Murtafiah & Lukitasari,2019) معرفة بيداغوجيا المحتوى لمعلمي رياضيات ما قبل الخدمة في أندونسيا من خلال تطبيق التدريس المصغر، أتبعت الدراسة منهجية النوعي الوصفي بعينة مكونة من (7) معلمين، تم جمع البيانات من خلال الملاحظة والمقابلات غير المنظمة وتوثيق البيانات من خلال رصد ممارسة التعلم ومعرفة بيداغوجيا المحتوى وفق إرشادات تقييم التدريس المصغر، أظهرت النتائج أن هناك زيادة في ممارسة تعلم معلم الرياضيات المتضمنة تخطيط الدروس وأنشطة ما قبل التعلم وأنشطة التعلم و أنشطة الإغلاق وإتقان المفهوم من المتوسط إلى الجيد.

وكشفت دراسة (موسى، الجبر،2019)عن واقع المعرفة البيداغوجية لدى معلمي رياضيات الصف التاسع الأساسي بعينة مكونة من (7) معلمي رياضيات في الأردن، أُتبع المنهج الوصفي التحليلي المتعلق بتحليل المقادير الجبرية وتصنيف هذه المعرفة الى مستويات بناء على بطاقة ملاحظة، وتم اعداد اختبار مفتوح لقياس المعرفة البيداغوجية الواجب توافرها عند تدريس المقادير الجبرية، أظهرت النتائج قصور أداء معلمي الرياضيات وحاجتهم الملحة الى مزيد من التدريب قبل وأثناء الخدمة، والحاجة المستمرة الى تقييم الأداء داخل الفصول الدراسية.

وحللت دراسة (Aminah &Wahyuni,2019) معرفة بيداغوجيا محتوى معلمي الرياضيات ما قبل الخدمة في أندونسيا، اتبعت الدراسة المنهج النوعي الوصفي بعينة مكونة من (9) معلمين وقدرات أكاديمية متنوعة (منخفض، متوسط، مرتفع)، طُبقت استبيانات وبطاقات ملاحظة لقياس المعرفة، أظهرت النتائج أن معلمو الرياضيات ذوو القدرات الأكاديمية العالية لديهم قدرات جيدة في المعرفة، والمعلمين ذوي القدرات الأكاديمية المعتدلة والمنخفضة يحتاجوا الى المزيد من المعرفة ببيداغوجيا المحتوى الرياضي.

وفحصت دراسة (Magiera, van den Kieboom & Moyer,2017) قدرة معلمي رياضيات ما قبل الخدمة في الولايات المتحدة الأمريكية على الانخراط في التفكير الجبري في الأنماط والعلاقات والاقترانات من خلال بناء القواعد لتمثيل الاقترانات كإطار عمل، بعينة مكونة من (18)معلم، اعتمدت الدراسة مجالات التفكير الجبري: تنظيم المعلومات، والتنبؤ بالأنماط، تجزئة المعطيات، واستخدام التمثيلات المتعددة ، ووصف قاعدة التغيير ، وتبرير قاعدة، أظهرت النتائج اختلافات واضحة بين قدرات المعلمين لتبرير القاعدة وتنظيم المعلومات والتنبؤ بنمط ووصف قاعدة، وكانت قدرتهم على تبرير قاعدة ما هي الأضعف حيث ترتبط بالقدرة على التنبؤ بالأنماط وتجزئة المعطيات، كما يكشف التحليل تعقيد العلاقات بين مجالات التفكير الجبري، وأن تخطيط تجارب التعلم بشكل متزامن مع مجالات التفكير الجبري يساعد المتعلم في الوصول الى النتاج المقصود.

وناقشت دراسة(Steinweg,2017) مقترح لتوسيع إدراك معلمي الرياضيات من خلال إعادة التفكير الجبري ومعرفة بيداغوجيا المحتوى في ألمانيا بعنة مكونة من (6) معلمين للمرحلة الابتدائية، أُتبع منهج دراسة الحالة من خلال مهام في نطاق مجال محتوى الأنماط والهياكل وترتيبات التدريس الممكنة في العمل الصفي يرافقه كثافة وعمق استخدام بيئات التعلم أثناء العمل على المهام، أظهرت النتائج أهمية تعزيز التفكير الجبري من خلال توفير بيئات تعلم سليمة ، وتوفير فرص مختلفة لاستكشاف الهيكل الرياضي عبر المهام المصممة التي تُظهر

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

توازن جيد بين المهارة والبصيرة والتمثيل كمجالات مهمة في التفكير الجبري.

واقترحت دراسة (Glassmeyer & Edwards, 2016) برنامج تدريبي لتعزيز معرفة معلمي الرياضيات بالتفكير الجبري وممارستهم التعليمية للصفوف (6-8) في الولايات المتحدة الأمريكية، تكونت العينة من (19) معلم، وأُتبع المنهج الوصفي التحليلي من خلال الانخراط في المهام الرياضية والأنشطة الموجهة لبناء العمومية في الأنماط والعلاقات، ودعم المعلمين في صنع تغييرات مثمرة في فصولهم الدراسية، أظهرت النتائج أن المعلمين لديهم خبرة قليلة في الاستدلال الجبري، وأن تطبيق الاستدلال الجبري تضمن المعرفة الإجرائية فقط لحل المشكلات مع حل واحد أو استراتيجية حل أو تمثيل، كما أن الانشطة أثّرت على تحول تفكيرهم حول التفكير الجبري من خلال اشتراط المعرفة المفاهيمية لحل المشكلات باستخدام حلول متعددة أو استراتيجيات حل أو تمثيلات متعددة، في حين أن بعض المعلمين ربطوا جوانب التعميم والاقترانات كجزء من الاستدلال الجبري.

وتناولت دراسة (Black,2009) تقييم معرفة المحتوى ومعرفة بيداغوجيا محتوى الجبر لمعلمي المرحلة الثانوية في شرق الأباما، تكونت العينة من (57) معلم، وأُعتمد منهج البحث المسحي من أجل فهم كل من معرفة المحتوى ومعرفة بيداغوجيا المحتوى، ومنهج متعدد الحالات لتقديم فحص متعمق لهذه الأنواع نفسها من المعرفة، وكيف يستخدم المعلمين معرفتهم في تدريس الرياضيات، أظهرت النتائج تقديم فرص لفهم كيفية تحسين المعارف السابقة نتيجة التطوير المهني وكيف أن التحسين قد انعكس في الممارسات التعليمية للمحتوى الرياضي.

وقدمت دراسة (Krauss, et al., 2008) تصور لمعرفة بيداغوجيا المحتوى ومعرفة المحتوى لمعلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية في ألمانيا من خلال البناء القائم على النظرية للاختبارات في عينة مكونة من (198)، أظهرت النتائج أن معلمي الرياضيات الحاصلين على تدريب رياضي متعمق (أي المعلمين المؤهلين للتدريس في المسار الأكاديمي Gymnasium) يتفوق على المعلمين من المدارس الأخرى وتظهر درجة أعلى من الترابط المعرفي بين فئتي المعرفة.

كما ناقشت دراسة (Turnuklu & Yesildere,2007) كفاءة معلمي رياضيات ما قبل الخدمة في معرفة بيداغوجيا المحتوى الرياضي، تكونت العينة من (45) معلم في تركيا، تم إعداد مقياس مكون من أربع مسائل مفتوحة النهاية، وتم تحليل النتائج بناء على معايير تركز على سوء فهم المعرفة الرياضية، وفهم المفاهيم، وفهم سبب التفكير الحالي للمتعلم، وخلق حلول لمعالجة التفكير الخاطئ، والقدرة على طرح الأسئلة المناسبة، وتشكيل المعايير المناسبة لتقييم وتقويم الإجابات وفقا لهذه المعايير، أظهرت النتائج أن الفهم العميق للمعرفة الرياضية ضروري ولكن ليس كافياً لتدريس الرياضيات، وأن العلاقة بين معرفة الرياضيات ومعرفة بيداغوجيا المحتوى شرط نجاح أداء المعلم داخل الفصول الدراسية.

من خلال استعراض الدّراسات السّابقة تبيّن أن الدّراسات تنوعت على المستوى الدّولي في مجال تطبيق العديد من المتغيّرات، وقد تبّين التّنوع في الأهداف والإجراءات ونتائج تلك الدّراسات حول تطبيق البرامج التّدريبية الموجهة للمُعلِّمين ضمن معرفة بيداغوجيا المحتوى الرياضي، وتميزت هذه الدّراسة بأنّها ربطت تحليل أداء معلمي الرياضيات ضمن مجالات التّفكير الجبري بتطبيق برنامج تدريبي ضمن معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر، كما أثرت مجمل الدّراسات السّابقة الباحثين في الاطلاع على الأدب النّظري ومساعدتهما في إعداد أدوات الدّراسة، ومعرفة الجوانب الّتي تمّت مناقشتها في الدّراسات السّابقة مع التّفكير الجبري.

الطّريقة والإجراءات

منهج الدّراسة

استخدمت الدّراسة المنهج الوصفي التحليلي لأداء معلمي رياضيات المرحلة الأساسية في اختبار التّفكير الجبري، وبطاقة ملاحظة خاصو بالبرنامج التدريبي، كما تم مناقشة بعض استجابات معلمات الرياضيات ضمن مجالات التفكير الجبري في ضوء معرفتهن ببيداغوجيا محتوى الجبر.

مجتمع وعينة الدّراسة

تكون مجتمع الدّراسة من مُعلّمات الرّياضيّات في محافظة جرش البالغ عددهن (169) مُعلّمةً، وتمَّ اختيار عيّنة متيسرة مكونة من (36) مُعلمة رياضيات من مُعلمات المرحلة الأساسية يدرسن الصّفوف من الخامس الأساسي إلى الصّف الثّامن الأساسي بناء على تنسيب ومساعدة مشرفي الرّيّاضيّات التّابع لقسم التوجيه والاشراف/ مديرية

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

التّربية والتّعليم - محافظة جرش للفصل الدّراسي الأول من العام الدّراسي(2024/2023م) تم تقسيم العينة الى مجموعتين أحدهما ضابطة لم تخضع للتدريب والأخرى تجريبية خضعت للتدريب من خلال الحصول على موافقة المعلمة بالمشاركة في تطبيق البرنامج التدريبي وتطبيق اختبار التفكير الجبري (قبلياً وبعدياً).

دليل البرنامج التدريبي

تمَّ عمل "كتيب المتدرب" لشرح أهداف البرنامج التّدريبي العامة والخاصة، والمهام الأدائية مقسمةً على الجلسات وتمَّ عرضها باستخدام وسائط تعليميّة متنوعة من عروض وأوراق عمل ورقيّة وإلكترونيّة، وتمَّ التّحقق من دلالات صدق المادة التّعليميّة بعرضها بصورتها الأولية على محكمين من ذوي الخبرة والاختصاص للتحقق من النتاجات، والتّأكد من توافقها مع المعرفة ببيداغوجيا المحتوى كما هو موضح في الجدول (1).

الجدول (1): المحاور الأساسية لمعرفة بيداغوجيا محتوى الجبر (PCKA)

المجال	مكونات المجال	تطبيق معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر
التنظيم	الربط بين مفاهيم المحتوى	معرفة البنية المادية لمحتوى الجبر
التطوير	مناسب للفئة العمرية	معرفة خصائص المتعلمين
التحويل	تمثيل المحتوى الرياضي	تحويل المحتوى لمادة قابلة للفهم
توليد المعرفة	طبيعة التعلم المناسب للبنية التركيبية للمحتوى	معرفة المحتوى التركيبي الجبري وتعلم المفاهيم
السياق	البنية التعليمة	معرفة صعوبات التعلم ومفاهيم المتعلمين لتنوع خلفياتهم

وتمّ التّحقق من محتوى الجبر ودلالات صدقه بعرض الصّورة الأولية على محكمين من ذوي الخبرة والاختصاص والتّحقق من النتاجات وتوافقها مع محتوى الجبر، وتمَّ تحديد آلية بناء وحدة الجبر المطبقة بالاعتماد على مصفوفة المدى والتتابع للصّفوف من الخامس الأساسي حتى الصّف الثامن الأساسي الصادرة عن المركز الوطني لتطوير المناهج الأردنية (2021).

كما تم تصميم بطاقة ملاحظة من قبل الباحثين للإجابة على أسئلة الدراسة، حيث تم الربط بين المعرفة البيداغوجية ومحتوى الجبر ضمن محتوى: المقادير الجبرية، وحل أنظمة المعادلات الخطية، العلاقات والانماط، وعُرضت بطاقة الملاحظة على محكمين ذوي اختصاص لأخذ آرائهم في الصياغة اللغوية للفقرات ومناسبتها لنتاجات ومصطلحات الدراسة وتضمنت بطاقة الملاحظة بصورتها النهائية (7) فقرات بمستويات وتقديرات عددية : أُطبق(3)، أُطبق بشكل متوسط(2)، لا أُطبق أبداً(1)، وتم تطبيق البطاقة على عينة استطلاعية مكونة من (25) معلمة رياضيات من مجتمع الدراسة ومن خارج عينتها للتأكد من ثبات بطاقة الملاحظة بحساب معامل الاتساق الداخلي وتطبيق معادلة كرونباخ ألفا على استجابات العينة الاستطلاعية وقد بلغ (0.79) وهي مقبولة لأغراض الدراسة، وحساب معامل الارتباط لفقرات بطاقة الملاحظة ككل ولكل فقرة من فقرات البطاقة وهي دالة إحصائياً، والجدول (2) يبين معاملات الثبات والارتباط لبطاقة الملاحظة.

الجدول (2): معاملات الثبات والارتباط لمؤشرات الأداء ضمن بطاقة الملاحظة ككل

مؤشرات الأداء	معامل الثبات	معامل الارتباط

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

تحديد طريقة التدريس المناسبة لمحتوى الجبر.	0.78	0.83
ترتيب عناصر المحتوى بما يناسب عملية التعلم.	0.78	0.82
اكتشاف الاتجاهات الإيجابية حول محتوى الجبر.	0.79	0.79
إدراك خصائص المتعلمين ضمن محتوى الجبر.	0.78	0.92
توظيف إمكانيات البيئة الصفية في التعليم.	0.79	0.81
توضيح العلاقة القائمة بين تمثيلات المفاهيم الجبرية.	0.79	0.77
تحديد الأخطاء المفاهيمية والاجرائية لمحتوى الجبر.	0.79	0.79

وبالنسبة لمفتاح تصحيح بطاقة الملاحظة فقد حُسبت درجة كلية لبطاقة الملاحظة، وتم اعتماد المتوسط الحسابي دون الدرجة (7) بمستوى "بحاجة الى تدريب" والمتوسط الحسابي(15– 8) لمستوى "متوسط" والمتوسط الحسابي (23–16) لمستوى "خبير"، واستخدم تحليل التباين (ANOVA) لتقصي أثر التدريب في تحسين استجابات عينة الدراسة على بطاقة الملاحظة ككل.

اختبار التّفكير الجبري

هدفَ الاختبار قياس الأداء ضمن مجالات التّفكير الجَبرِي لدى مُعلمات رِياضِيات المرحلة الأساسية وبُني الاختبار في ضوءِ اعتماد المعاييرِ التخصصيةِ الصادرةِ عن وزارة التربيةِ والتَعليم الأردنية(2019) التي اشتملت على معيارِ" التفكيرِ والتواصل الرِياضِي" كمجال رئيس وتحديدِ أنماط التّفكير الرياضيّ كمجال فرعيّ بهدف تمكين المُعلم من أنماط التّفكير الرياضيّ، وبالاعتماد على تحديد مجالات التّفكير الجبري من خلال الرجوع إلى دراسةِ سيباتولين وآخرين (Sibgatullin & et al.,2021) حيثُ تَم إعداد الاختبارِ ليتضمن (5) مَجالات: التعميم وصياغة العمليّات الحسابيّة، والعمليّات على المعادلات، وتحليل الهياكل الرّيّاضيّة، والعلاقات والاقترانات، واللُغة الجبريّة والتّمثيل، ضمن (4) أسئلة موضوعية لكل مجال مع تقديم تبرير للإجابات يتوافق مع معرفة بيداغوجية محتوى الجبر المضمنة في البرنامج التدريبي، وللتّأكد من الصّدق الظاهري للاختبار وصدق المحتوى، تمَّ عرض الاختبار على محكمين مختصين وتمَّ إجراء التّعديل اللازم تبعاً لآرائهم على البنية اللغوية، وارتباط السؤال ومناسبته للمجال.

وطبق الاختبارُ على عينة استطلاعيّة من مجتمع الدّراسة ومن خارج عينتها بواقع (30) معلّمة رياضيات، وقد تمَّ حساب معامل الثّبات لكل مجال من مجالات التّفكير الجبري باستخدام معادلة كرونباخ ألفا بمتوسط (0.84)وهو مناسب لغاية إجراء البحث، وحُسبت معاملات ارتباط مجالات التّفكير الجبري مع الدّرجة الكليّة للاختبار ومعاملات الصعوبة والتّمييز وجمعيها دالة إحصائياً. وتمَّ إعداد إطار تصحيح لاختبار التّفكير الجبري يُقاس من خلاله مجالات التّفكير الجبري، بالاعتماد على مؤشرات أداء تتعلق بمجالات التّفكير الجبري، ويُعطى المُعلمُ الدرجة (0) إذا لم يقدم جواب لسؤال الاختبار، والدرجة (1) إذا قدم جواب السؤال بشكل صحيح دون تبرير، والدرجة (2) إذا قدم جواب السؤال بشكل صحيح مع تبرير يتوافق ومعرفة بيداغوجيا محتوى الجبر.

إجراءات الدّراسة

- إجراء مسح لقواعد البيانات ومراجعة الأدب النّظري والدّراسات السّابقة المتعلقة بمحتوى الجبر، والتّفكير الجبري بالإضافة إلى المجلات والدّوريات والملخصات العلميّة ذات العلاقة بمشكلة الدّراسة.
- اختيار المادة العلميّة الخاصة بمحتوى وحدة الجبر المصممة وحددت كالآتي: المقادير الجبريّة، وحل أنظمة المعادلات الخطّيّة، والعلاقات والاقترانات.
- إعداد الدّليل الإرشادي وأدوات الدّراسة بصورتها النّهائية والتّحقق من صدقها وثباتها.

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

- تطبيق أدوات الدّراسة على عيّنة استطلاعية من مجتمع الدراسة، ومن خارج عيّنتها لاختبار التّفكير الجبري وبطاقة الملاحظة والتّأكد من خصائصها السكومترية.
- تطبيق اختبار التّفكير الجبري وبطاقة الملاحظة على عينة الدّراسة قبلياً وبعدياً، وتطبيق البرنامج التدريبي على المجموعة التجريبية بواقع (5) جلسات مدة كل جلسة (3) ساعات.
- تصحيح اختبار التّفكير الجبري ورصد النّتائج وتفسيرها والخروج بتوصيات ومقترحات في ضوء نتائج الدّراسة.

تحليل البيانات والمعالجة الإحصائيّة

للإجابة على أسئلة الدّراسة تمّ استخدام التّحليلين الكمّي والنّوعي حيث تمَّ تحليل استجابات مُعلّمات رياضيات على بطاقة الملاحظة التي تتعلق بمعرفة بيداغوجيا محتوى الجبر، واختبار التّفكير الجبري وتفسير النتائج وفق اسئلة الدراسة.

الخاتمة

من وجهة نظر الباحثين يجب تزويد المُعلّمين بمزيد من فرص التّدرب على المزيد من المجالات ضمن محتوى الجبر، لا سيما أنّ التّركيز على التّفكير الجبري يتطلب طرق جبرية أكثر رسميّة يتمثل في الرّبط بين السّياق الأولي وتقديم التّبريرات غير الرسميّة وصولاً إلى الأنشطة التعليميّة الّتي توفر فرص تعلّم أكثر رسميّة وتجريد خالٍ من السّياق الواقعي المطروح، ولعل هذا يتفق مع دراسة كل من عمر (2015) و (Windsor,2010) و (Osei & Agyei,2023) من خلال ترجمة المسائل إلى معادلاتٍ رياضيّة كأداء معرفيّ منظم في محاولة تحسين الممارسات التّدريسيّة بناء على ما جاء من أداء بما يخدم التّفكير الجبري، وضمن علاقات تُسهّل التّعامل مع البنية الجبريّة والمهارات المعرفيّة.

ومن خلال مناقشة الأداء في مجالات التّفكير الجبري مُعلمات الرياضيات، حيث وُجدت بعض الحلول من المُعلّمات المشاركات في المجموعة الضابطة ينقصها الدّقة والتّعمق في عرض الإجابة، وأن بعض المُعلّمات تفتقد صياغة الحلول ضمن سياق محدد بعيداً عن التّنويع في الطرح، والتّكامل بين معرفتها بالمحتوى والبيداغوجيا في تحسين الأداء في مجالات التّفكير الجبري.

ومن خلال مناقشة حلول مُعلّمات الرياضيات وفق مجالات التّفكير الجبري، فإن مجالات التّفكير الجبري الّتي عُرضت في اختبار التّفكير الجبري جاءت لتحدد ما يحتويه التّفكير الجبري من مهارات وخبرات تعليميّة تساعد على تحسين الأداء التّدريسي، ودعم قدرة هذا التّفكير لمُعلّمي الرّيّاضيّات، والتّركيز على قدرتهم تبرير القواعد والإجراءات الجبريّة، والتّركيز على عادات العقل الخاصة بالتّفكير الجبري، مثل: التّجريد، والعمليّات الرّيّاضيّة؛ لإنشاء فهم شامل لمهارات التّفكير الجبري، ولعل هذا يتوافق مع دراسة (Magiera, & et al., 2017) في أنَّ تحسين التّفكير الجبري بمجالاته ومهاراته الفرعيّة تربط العالم الحقيقي بمواقف تتكون من رموز ورسوم ونماذج تمكن من فهم آلية عمل المتغيّرات والمجاهيل للوصول إلى الفهم الصّحيح تظهر جلياً داخل الفصول الدّراسيّة.

النتائج

للإجابة عن السؤال الأول" ما مستوى أداء معلمات رياضيات المرحلة الأساسية في التفكير الجبري في ضوء معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر (PCKA)؟ " تم إيجاد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات درجات مُعلمات رياضيات المرحلة الأساسية في اختبار التّفكير الجبري ككل من خلال حساب المتوسطات الحسابيّة والانحرافات المعياريّة لدرجات مُعلمات رياضيات في القياسين القبلي والبعدي كما يتضح في الجدول (3).

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

الجدول (3): المتوسطات الحسابيّة والانحرافات المعياريّة لاختبار التّفكير الجبري تبعاً لمجموعتي الدّراسة

المجموعة	العدد	الاختبار القبلي		الاختبار البعدي		المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
		المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري		
التّجريبيّة	18	23.34	6.20	28.55	6.66	25.95	1.6
الضّابطة	18	20.44	5.96	22.68	6.22	21.56	1.5

*العلامة الكلية (40)

يتضح من الجدول (3) وجود فرق ظاهري بين المتوسطات الحسابيّة لدرجات مُعلمات الرّيّاضيّات في التفكير الجبري ككل تبعاً لمجموعتي الدراسة، حيث بلغ المتوسط الحسابي البعدي للمجموعة التجريبية (28.55) مقارنة بالمجموعة الضابطة بمتوسط حسابي بعدي(22.68) وفقاً لتطبيق للبرنامج التّدريبي، ولمعرفة فيما إذا كان الفرق الظاهري في الاختبار البعدي الكلي ذا دلالة إحصائيّة، استُخدمَ تحليل التّباين الأحادي المصاحب (one way- ANCOVA) للقياس البعدي لاختبار التّفكير الجبري ككل وفقاً للبرنامج التّدريبي، والجدول (4) يبين تلك النّتائج.

الجدول (4): تحليل التّباين (ANCOVA) لاختبار التّفكير الجبري للقياس البعدي وفقاً للتّدريب

مصدر التّباين	مجموع المربعات	درجات الحريّة	متوسط مجموع المربعات	F	Sig.	حجم الأثر
الاختبار القبلي	0.232	1	0.232	0.005		
التّدريب	1709.79	1	1709.79	39.991*	0.0001	0.62
الخطأ	1410.88	33	42.754			
المجموع	26592.00	35				

يتضح من الجدول (4) وجود فرق ذي دلالة إحصائيّة (P < 0.05) بين متوسطي درجات مُعلِّمات الرّيّاضيّات في مجموعتي الدّراسة في اختبار التّفكير الجبري، حيثُ كانت قيمة (F) تساوي (39.991)، وقيمة (P) تساوي (0.0001) وذلك لصالح المجموعة التّجريبيّة الّتي تدربت، ويتضح من الجدول (4) أنّ التّدريب له أثرٌ في تحسين التّفكير الجبري لدى مُعلِّمات رياضيات المرحلة الأساسية، وفسّرت قيمة مربع إيتا (η^2) ما نسبته (62%) من التّباين المفسر (المتنبأ به) في التّفكير الجبري وعُزيي الباقي لمؤثرات أخرى، ولعل ذلك يتوافق مع دراسة (Magiera, & et al., 2017) في أن تخطيط التدريب وفق مجالات التفكير الجبري كإطار عمل ساعد في تحسين الأداء وتحقيق الهدف من البرنامج التدريبي المُعد، كما تم إيجاد المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والمتوسطات الحسابية المعدلة والخطأ المعياري لمستوى أداء مجموعتي الدراسة الضابطة والتجريبية على بطاقة الملاحظة ككل كما في الجدول (5).

الجدول (5): الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية لبطاقة الملاحظة ككل

المجموعة	العدد	القياس القبلي		القياس البعدي		المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
		المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري		

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

التّجريبيّة	18	9	4.3	20	5.6	14.5	0.93
الضّابطة	18	8	3.7	14	5.2	11	0.86

يُلاحظ من الجدول (5) تحسناً في أداء معلمات المجموعة التجريبية على بطاقة الملاحظة ككل للقياس البعدي مقارنة بالمجموعة الضابطة، فقد سجل القياس البعدي للمجموعة التجريبية بمتوسط حسابي بلغ (20) بمستوى أداء "خبير" مقارنة بالمتوسط الحسابي للقياس البعدي للمجموعة الضابطة الذي بلغ (14) بمستوى أداء "متوسط"، وللتأكد فيما إذا كان اختلاف الأداء على بطاقة الملاحظة في القياس البعدي لمجموعتي الدراسة يُعزى لتطبيق البرنامج التدريبي، استخدم تحليل التباين (one way ANOVA) كما في الجدول (6).

الجدول (6): تحليل التباين (ANOVA) للقياس البعدي على بطاقة الملاحظة ككل

مصدر التّباين	مجموع المربعات	درجات الحريّة	متوسط مجموع المربعات	F	Sig.	حجم الأثر
الاختبار القبلي	220.028	1	220.08	0.005		
التّدريب	786.278	34	23.126	9.514	0,003	0.64
الكلي	1006.306	35				

يُلاحظ من الجدول (6) وجود فرق دال إحصائياً في متوسط أداء معلمات المجموعة التجريبية في القياس البعدي لبطاقة الملاحظة ككل يُعزى لأثر تطبيق البرنامج التدريبي، وقد بلغت قيمة F المحسوبة (9.514) بدلالة إحصائية (P) تساوي (0.003) لصالح القياس البعدي وفق تطبيق البرنامج التدريبي، وحُسبت مربع إيتا (ή2) بمقدار (0.64) مما يعني أن التدريب عزز المعرفة البيداغوجية التي قدمها البرنامج التدريبي، وعُزي الباقي لمؤثرات أُخرى، ولعل ذلك يتوافق مع دراسة (Steinweg,2017; Black,2010) في أن تحسين معرفة بيداغوجيا المحتوى نتيجة التطوير المهني قد انعكس في الأداء ضمن مجالات التفكير الجبري.

وهدف سؤال الدراسة الثاني إلى تقصي مظاهر أداء مُعلمات رياضيات المرحلة الأساسية في مجالات التّفكير الجبري بالاعتماد على إطار تصحيح اختبار التّفكير الجبري ويتوافق مع معرفة بيداغوجيا محتوى الجبر الذي تضمنه البرنامج التدريبي في تحليل الإجابات وفيما يلي عرضاً تفصيلياً لمناقشة بعض حلول مُعلمات الرياضيات وفق مجالات هذا التّفكير في القياس البعدي.

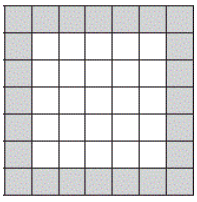
ففي مجال" التعميم وصياغة العمليّات الحسابية" أُخذ بعين الاعتبار مراعاة تحليل المعطيات لصياغة مقدار جبري والتعبير عن مقدار جبري بالكلمات والمتغيرات، وتحديد قيم أو مجال القيم التي تمثل تعميم صحيح، وتبرير تعميم جبري باستخدام حجج قائمة على التمثيل.

والسؤال هو: "أعطى محمد أخته ليلى (3) تفاحات، فأصبح ما لدى ليلى يتساوى مع محمد، وإذا أعطت ليلى محمد (3) تفاحات يصبح ما لدى محمد (4) أضعاف ما لدى ليلى، فكم تفاحة مع محمد؟" حيث قامت معلّمة رياضيات ضمن المجموعة التجريبية بالحل من خلال تحليل المعلومات لصياغة المقدار الجبري الذي يعبر عن الموقف الرياضي، وصاغت المقدار الجبري بشكل صحيح، وعملت على تمثيل الحل من خلال تكوين نظام معادلات خطية بمتغيرين، وقامت بتطبيق آلية حل النظام، وتحديد القيم المجهولة، لتمثيل قيم ما مع محمد وليلى، وتأكدت من صحة حل النظام من خلال التعويض ليكون عدد تفاحات محمد هو (13) وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت المعلمة أن تحديد طريقة التدريس المناسبة من خلال تطبيق "نموذج الميزان" لتوضيح مفهوم المساواة، وتسلسل خطوات الحل الصحيحة تعكس الاتجاهات الإيجابية والتنظيم حول محتوى الجبر، كما أن المعلمة طبقت الحل باستخدام تمثيلات (لفظية، جبرية، بصرية- رسم توضيحي) وهذا يوضح تطبيق توليد المعرفة وحددت أن عدم استيعاب المتعلم لمفهوم المتغير (x) وعدم ادراك خصائص المساواة يؤدي الى حل المسألة بطريقة خاطئة، كما

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

أكدت أهمية التمييز بين المفاهيم المختلفة للمتغيرات وعلاقاتها بالجبر، وهذا يعكس التحويل كأحد المحاور الأساسية التي تم اعتمادها في معرفة بيداغوجيا المحتوى وذلك يتوافق مع دراسة (Bos & Lee,2014) بالمقابل فقد كان حل إحدى المُعلِّمات حل السؤال دون تبرير لخطوات الحل وبالتالي أُعطيت المعلمة العلامة (1)، وقامت معلمة رياضيات ضمن المجموعة الضابطة بكتابة المعادلة بشكل خاطئ حيث فرضت أن ما لدى محمد مقارنة مع ليلى "$y - 3 = 4(x + 3)$" وبالتالي تكون المعادلة الناتجة "$4x - y = -15$" وأُعطيت المعلمة العلامة (0)، وعكس حل المعلمة عدم وضوح علاقة فهم المحتوى بطرق تدريسه بالنسبة للمعلم وتأثير ذلك في تحقيق نتاجات التعلم المقصودة للمتعلمين والوصول الى التطوير الذي تسعى معرفة بيداغوجيا المحتوى الى تحقيقه، و ذلك يتوافق مع ما دعا إليه (Guler & Celik,2021).

وفي نفس مجال" التعميم وصياغة العمليّات الحسابية" نطرح السؤال: " إذا كانت "A, B, C"عبارة عن أعداد طبيعية مميزة مكونة من رقم واحد بشرط "$ABC + ACB = BCA$"أوجد قيم "A, B, C"؟ (برر إجابتك)" حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية فرض قيمة (B) لتكون أقل من أو تساوي (9)، وأن قيمة (A) أقل أو تساوي (4) بناءً على الشرط الموجود في السؤال، وبناء معادلات تربط القيم بشكل منطقي حيثُ أَن $(A \leq 4, B \leq 9)$ لتصل إلى قيمة كل من (A, B, C) بالاعتماد على تحديد القيم التي تمثل التعميم الصحيح وتكوين جمل مفتوحة وحلها وقدمت تبرير منطقي من البداية للوصول إلى الحل ليكون الجواب الصحيح $(A = 4, B = 9, C = 5)$ وأُعطيت المعلمة العلامة(2)، وعلقت المعلمة أن إدراك الجوانب الأساسية التي تحدد الإطار المفاهيمي للجبر مثل: التعميم والتمثيل والتبرير والاستدلال مع البنية والعلاقات الرياضية والمنطق في المواقف الجديدة تعكس معرفة عميقة بالمحتوى وطريقة تدريسه وتنظيم ذلك بشكل متناغم مع مصفوفة المدى والتتابع المُعدة لذلك، كما أكدت أن معظم المعلمين يعطوا طلابهم نفس المهام وأنهم يركزون على مهارات الرياضيات الكامنة وراء هذه المهام مع التأكيد على أن المهام الفعالة توفر فرص حقيقية لفهم عميق لبنية الرياضيات وصياغة التعميم ولعل ذلك يتوافق مع ما دعت له دراسة كل من(Mastuti & Prayitno,2023)، بالمقابل قامت معلمة رياضيات بتعويض القيم الموجودة في الإجابات المقترحة ووصلت إلى الناتج دونَ تقديم تبرير وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، وقامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بحل السؤال بطريقة خاطئة وأُعطيت المعلمة العلامة(0) وهذا يعكس قصور فهم المعلم للمفهوم وحاجته المستمرة الى صقل وتطوير معرفة بيداغوجيا المحتوى من خلال مهام استقصائية كسياق مناسب تقود المتعلم الى توليد التفكير الجبري المقصود، ولعل ذلك يتوافق مع دراسة (Shephered,2019).

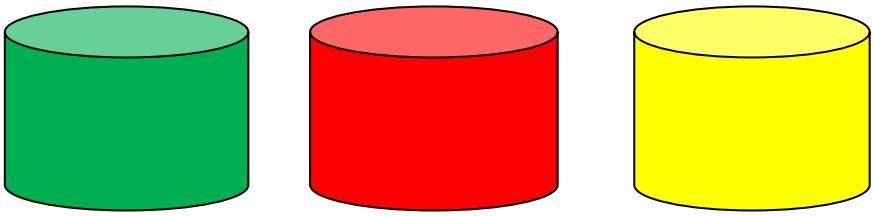


أما بالنسبة لمجال" العمليّات على المعادلات" فقد تم الأخذ بعين الاعتبار في هذا المجال تفسير معادلات مكتوبة بصيغ مختلفة، وحل جمل مفتوحة بشكل صحيح، وتطبيق النمذجة الجبرية في حل المسائل، وتحديد معنى المتغير لتمثيل كمية غير معرفة وتحليل معادلات لتحديد قيمة متغير، والسؤال هو:" كيف يمكن وصف قاعدة النمط لمساحة المنطقة المظللة في المربع المقسم$(n \times n)$ ، علماً أن طول ضلع المربع الصغير يساوي "1" ؟ حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية بالحل من خلال فحص التعبيرات من أجل إعادة بناء عدد العمليات عن طريق تحليل التعبيرات: في حالة $4(n - 1)$ يكون هناك أربع مجموعات يحتوي كل منها على $(n - 1)$ مربعات الوحدة، موزعة على كل زاوية من زوايا المربع (مربعات الجوانب) وفي حالة $2(n - 2)$ يجب أن يكون هناك مجموعتين من مربعات الوحدة وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت المعلمة أن قاعدة النمط لم تُستدعى بشكل مباشر، وأن تبرير القواعد من خلال التفكير في أنماط المعلومات التي تصفها قد توفر طريقة فعالة لتتطور إلى عادة ذهنية مفيدة، وهذا يعكس أهمية توليد المعرفة باختلاف السياق المطروح وتنظيمه في محتوى الجبر ولعل ذلك يتوافق مع دراسة (Carraher & Schliemann,2018)، بالمقابل كانت إجابة إحدى المُعلمات تحديد قاعدة النمط للمنطقة المظللة دون تقديم أي تفصيلات وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، وقامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بحل السؤال بشكل خاطئ وأُعطيت المعلمة العلامة(0)، وهذا يعكس أهمية تصميم أفكار مهام رياضيات منظمة تتضمن المفاهيم الأساسية كمرحلة مهمة من مراحل صنع القرار التي تستند إلى كيفية رؤية المعلم للمهمة ومعتقداته وكيفية تفاعل طلبته وتطوير معرفتهم من خلال السياق المناسب، ولعل ذلك يتوافق مع ما دعا إليه(Hodgen & et al.,2015) .

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

وفي نفس مجال" العمليّات على المعادلات" والسؤال هو: "لدى الكابتن فيصل (3) قطع معدنية بألوان مختلفة (حمراء، صفراء، خضراء) يزنهم ليتأكد من الوزن الصحيح لكل قطعة يتم وزن القطعة المعدنية الواحدة مرتين فقط كالتالي: وزن القطعة الحمراء والصفراء (12) غم، وزن القطعة الصفراء والخضراء (16) غم، وزن القطعة الحمراء والخضراء (14) غم، كم تزن كل قطعة معدنية؟ لو كانت القطع الحمراء والصفراء مجتمعة تزن (36) غم، والقطع الصفراء والخضراء تزن (64) غم، والقطع الحمراء والخضراء تزن(70) غم، ما مقدار التغير الذي أضيف للأوزان مجتمعة؟ (برر إجابتك)"

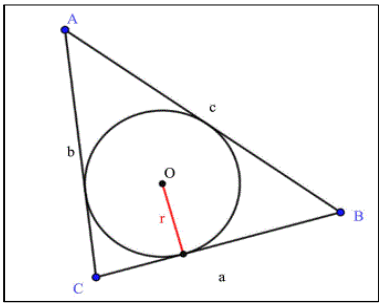
الشكل (1): تمثيل القطع المعدنية الملونة لسؤال ضمن مجال" العمليّات على المعادلات"



حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية بصياغة المعادلات التي تمثل العلاقة بين القطع المعدنية الموجودة في معطيات السؤال، ومن ثُم قامت بحل المعادلات لينتج معها (الحمراء تمثل (5) قطع، الصفراء تمثل (7) قطع، الخضراء تمثل (9) قطع) ومن ثُم قامت بتحديد الأوزان مجتمعة لينتج (الوزن (36) هو (3) قطع حمراء وصفراء، والوزن (64) هو (4) قطع من الصفراء والخضراء، والوزن (70) هو (5) قطع من الحمراء والخضراء مجتمعة) وأعطيت المعلمة العلامة (2)، وأكدت المعلمة أهمية إعطاء التدريب الكافي لمعلم الرياضيات وتمكينه من تعزيز معتقدات طلبته، و تنفيذ سياق التعلم وربط المحتوى بالمعرفة ذات الصلة ولعل ذلك يتوافق مع ما أكدت عليه كل من خصاونة والبركات(2007)، بالمقابل قامت معلمة رياضيات بتخمين الحل دون تبرير الإجابات وعليه أُعطيت العلامة(1)، وقامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بتكوين معادلات خاطئة وأُعطيت المعلمة العلامة(0) وهذا يعكس أهمية تعزيز التفكير الجبري من خلال توفير بيئات التعلم الداعمة للفهم والأداء والتوازن الجيد بين المهارة والتمثيل والتنظيم والتفكير بين العمل الإجرائي والهيكلي على المهام، ولعل ذلك يتوافق ودراسة كل من(Glassmeyer & Edwards, 2016).

وفي مجال " اللُغة والتمثيل الجبري" فقد أُخذ بعين الاعتبار استخدام متغيرات لتمثيل تعميم حسابي، واستخدام متغيرات لتمثيل كمية غير معروفة، وتفسير معنى المتغير في سياق المسألة، واستخدام متغيرات لتمثيل حالات متنوعة، ووصف قاعدة اقتران باستخدام متغير والسؤال هو: "تقع رؤوس المثلث PQR عند النقاط $(-1,-4)$ $(5,-4)$ $(2,2)$ ما نوع المثلث PQR؟ (برر إجابتك)" حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية برسم رؤوس المثلث المُعطاة وتطبيق قانون المسافة بين نقطتين للتوصل إلى إيجاد علاقة بين أطوال أضلاع المثلث، وتوصلت إلى أن المثلث قائم الزاوية وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت المعلمة أن دمج التفكير الجبري في الحساب يُضيف اتساعاً وعمقاً لفهم الطلبة المفاهيمي والإجرائي ويوفر لهم طرقاً قوية للتفكير باستخدام التمثيلات الرمزية وتمثيل العلاقات من خلال النظر في العلاقات بين الكميات وتحليلها والتخمين والتبرير والإثبات لينتقل من الطلاقة الحسابية إلى التفكير في بنية الرياضيات والعلاقات بين الكميات ولعل ذلك ما أكد عليه (McCrory et al., 2012)، وقامت معلمة رياضيات أُخرى بالحل الصحيح دون تبرير وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، واكتفت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة برسم المثلث وتحديد الشكل في المستوى البياني لتبين أن المثلث متساوي الساقين من خلال الحكم على الرسم فقط وأُعطيت المعلمة العلامة (0)، وهذا يعكس أنه تم تكريس القليل من الاهتمام لفهم أنشطة الرياضيات الذهنية بأشياء أخرى غير الأرقام بحيث تنتقل الى العمومية ويتم صقلها وتحويلها من خلال فهم خصائصها ولعل ذلك يتوافق مع (Osei & Agyei,2023).

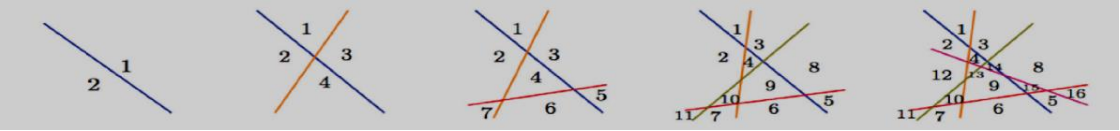
ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024



وفي نفس مجال" اللُغة والتمثيل الجبري" والسؤال هو: "مثلث ABC فيه نصف قطر الدائرة "r = 1"، ومحيط المثلث "20 cm"، أوجد جوانب المثلث؟ (برر إجابتك)" حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية تقديم تبرير خطوات حل إيجاد جوانب المثلث بالاعتماد على معطيات السؤال، والاستفادة من نصف قطر الدائرة، والاستفادة من النظريات التي تخص أنصاف الدائرة ومماسات الدائرة التي تمثل أضلاع المثلث، ومساحة المثلث الذي ينص" حاصل ضرب نص المحيط بنصف قطر الدائرة الداخلية" لتكون مساحة المثلث "a + b + c = 20" ومساحة المثلث بالاعتماد على الجوانب الثلاثة ونصف قطر الدائرة التي تساوي "a b c = 200" والقاعدة الثالثة التي توصلت لها المعلمة أن "a b + b c + a c = 121" والوصول إلى الجواب الصحيح "a = 8 , b = 6 + √11, c = 6 − √11" وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت المعلمة أن الأساليب والاستراتيجيات المناسبة المُطبقة داخل الفصول الدراسية تؤثر في معتقدات الطلبة بطريقة إيجابية وتشجعهم على التفكير ضمن نطاقات واسعة وسياقات متعددة، وأن معرفة المحتوى تتطلب الفهم العميق للهياكل الرياضية والجبرية ولعل ذلك ما دعا له (Steinweg,2017) في دراسته، وقامت معلمة رياضيات بتعويض القيم الموجودة في الخيارات دون تبرير وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، وبالمقابل قامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بحل السؤال بشكل خاطئ وأُعطيت المعلمة العلامة (0)، وهذا يعكس قصور قدرة المعلم في تنظيم التسلسل الموجود في المحتوى الرياضي، وشحّ المواقف التعليمية التي يتعرض لها المعلم وعدم قدرة المعلم في تحديد الأخطاء المفاهيمية والاجرائية المُطبقة، ولعل ذلك ما دعت له دراسة(Turnuklu & Yesildere,2007).

وفي نفس مجال " اللُغة والتمثيل الجبري" نناقش السؤال: "عندما يتم عكس الوحدات والعشرات من عدد معين مكون من عددين، يكون مجموع الرقمين (121) والفرق (9). ما هو رقم العشرات من الرقم الأصلي؟ (برر إجابتك)" حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية بصياغة المعادلات التي تمثل معطيات السؤال، والقيام بخوارزميات حل المعادلات الخطية بمتغيرين لحل المعادلات وإيجاد قيمة رقم العشرات من الرقم الأصلي الذي يساوي "t = 6" وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت المعلمة أن الإجابة تنوعت من خلال إجابة عددية وتفسير أو تبرير وراء الإجابة والوحدة المرتبطة والتمثيل المقابل، وهذا دليل على أنها اهتمت بالمبادئ التي تحكم العلاقات المتبادلة بين أجزاء المعرفة، وتم ترميزها على أنها معرفة مفاهيمية، وأن التفكير الجبري هو "تشكيل نمط باستخدام الرموز عند إعطاء الأرقام والحسابات وإيجاد المعادلات التي تصف الموقف النظري إلى التمثيل البياني وإيجاد معادلة " ولعل ذلك يتوافق مع تعريف (Hodgen, et al.,2015)، وقامت معلمة أخرى بحل السؤال دون تقديم تبرير وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، وحلت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بتكوين معادلات خاطئة وأُعطيت المعلمة العلامة (0) وهذا يعكس ضرورة عمل الأفكار الرئيسية المطورة كجسور بين الموضوعات الحسابية والجبرية كمبادئ توجيهية للتفاعل في الفصول الدراسية، والنظر في تطوير الاستراتيجيات لتناسب السياق الجبري المطروح، ويجب تحويل الانتباه نحو الهياكل الجبرية بشكل يساعد الطلبة على توليد معرفتهم بشكل أفضل مما يؤدي الى فهم القواعد والإجراءات، ولعل ذلك ما دعا له (Steinweg,2017).

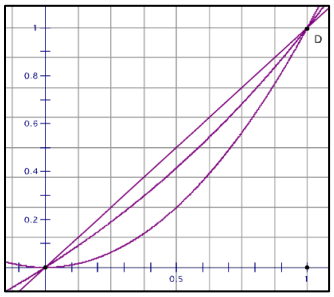
أما بالنسبة لمجال" العلاقات والاقترانات، فقد أُخذ بعين الاعتبار تنظيم بيانات في جدول اقتران، وتحديد معنى المتغير لتمثيله، وتحديد قاعدة اقتران ووصفها بالكلمات والمتغيرات، واستخدام قاعدة اقتران للتنبؤ بقيم الاقتران، وبناء رسم بياني إحداثي، والسؤال:" أوجد قاعدة النمط لعدد المناطق التي يتم فيها تقسيم المستوى إلى خطوط متقاطعة؟ (برّر إجابتك)"



ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية برسم جدول وتحديد تسمية صف ليمثل عدد الخطوط، وصف يمثل عدد التقاطعات، للوصول إلى قاعدة النمط التي تمثل عدد المناطق ليكون الجواب الصحيح هو: عدد التقاطعات($\frac{n(n+1)}{2}+1$) وعدد المناطق(n+) وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت أن تقديم رؤية أفضل لتقدم المعلم في معرفة بيداغوجيا المحتوى من خلال "استخدام طرق وتقنيات التدريس المختلفة المناسبة لتدريس الموضوع" و "إشراك المتعلم بنشاط في الدرس" و "تصميم بيئات التعلم لحل صعوبات التعلم والأخطاء والمفاهيم الخاطئة وتعليم المفاهيم بشكل فعال" وهذا يعكس السياق الذي تؤكد عليه معرفة بيداغوجيا المحتوى، ولعل ذلك يتوافق مع نتائج دراسة (Murtafiah & Lukitasari,2019) في المقابل قدمت معلمة رياضيات أُخرى حل السؤال من خلال تعويض مباشر في قاعدة النمط المُعطاة والوصول إلى القاعدة وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، وقامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بحل السؤال بشكل خاطئ وأُعطيت المعلمة العلامة (0)، وهذا يعكس حاجة المعلم لاكتساب نظرة تنظيمية لما يفعله المتعلم لدعم التفكير الجبري ومناقشة ممارسات التعلم والتعليم المُتبعة وتأملها، ولعل ذلك ما أكد عليه (Black,2009).

وفي نفس مجال" العلاقات والاقترانات" نناقش حلول مُعلِّمات رياضيات، والسؤال هو: "عبرت ثلاث دراجات خط النهاية في نفس الوقت بعد ساعة واحدة من بدء السباق. تم تمثيل مسافاتها المقطوعة في الوقت "x" لمدة ساعة واحدة تقريبا من خلال الاقترانات الثلاث أدناه من وقت بدئه حتى انتهاء السباق بعد (1) ساعة: الراكب أ: $y = x$ ، الراكب ب: $y = x^2$، الراكب ج: $y = 2^x - 1$ جادل أحد المنظمين بأن من حافظ على الصدارة في معظم الأوقات يجب أن يفوز بالكأس. جادل منظم آخر بأن كل من حقق أسرع سرعة خلال أي فترة زمنية خلال السباق يجب أن يفوز بالكأس، من سيفوز بالكأس؟ من سيفوز في نهاية (2) ساعة؟ في نهاية (4) ساعات؟ (برر إجابتك)" حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية بعمل جدول وتعويض قيم لكل من الاقتران الأول والثاني والثالث وحددت قيم الاقترانات التي تأخذ القيمة الأعلى لتجد أن الاقتران "$y = x^2$" وبالتالي سيكون دائماً في الصدارة، ليكون هو الفائز، ووجدت قيم نهاية الساعة (2) تمثل القيمة (2,4,3) والساعة (4) تمثل القيمة (4,16,15) لكل اقتران على الترتيب، ومن وجهة نظر المعلمة فإن معرفة المحتوى تساعد في تنظيم المعلومات من حيث "تقديم التفسيرات الرياضية اللازمة بشكل مناسب" و "إعطاء الأسس المنطقية الكامنة وراء المفاهيم" وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وقامت معلمة رياضيات أُخرى بحل السؤال دون تقديم تبرير وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، بالمقابل قامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بحل السؤال بشكل خاطئ وأُعطيت المعلمة العلامة (0)، وهذا يعكس أهمية إتقان المعلم لمعرفة بيداغوجيا المحتوى الرياضي من خلال تبرير العمليات الجبرية والكشف عن المعاني العميقة للمفاهيم الجبرية.



أما بالنسبة لمجال" تحليل الهياكل الرياضية" فقد أُخذ بعين الاعتبار استخدام افتراضات وتعاريف لدعم الاستدلال وشرح الخطوات، وبناء سلسلة المنطق لتبرير أو دحض تخمين، وتحديد الشروط التي تقبل الحجة، وامتلاك قوة الاتصال وعرض المعادلات ومنطقها ومدى اتصالها بموقف أو سياق مطروح، والسؤال هو: " صرف محمد في الشهر (900) دينار، فإذا كان ما صرفه في الأسبوع الثاني ضعف ما صرفه في الأسبوع الأول، وما صرفه في الأسبوع الثالث نصف ما صرفه في الأسبوع الثاني، وما صرفه في الأسبوع الرابع نصف ما صرفه في الأسبوع الثالث، فما مجموع ما صرفه محمد في الأسبوع الأول والثالث؟ (برر إجابتك)" حيث قامت معلمة رياضيات من المجموعة التجريبية بفرض قيم لما قام محمد بصرفه خلال الأسابيع، وصياغة معادلة لمجموع ما صرفه، وبناء معادلات تمثل العلاقات المُعطاة في السؤال للوصول إلى ما تم صرفه كل أسبوع وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وعلقت أن المعلمين لديهم تأثير كبير في إحداث تغيير داخل الفصل الدراسي وتطوير فهم الطلبة للرياضيات من خلال فهم عميق للرياضيات والاستراتيجيات التعليمية المفيدة في تعزيز التفكير الجبري، وأن العديد من معلمي الرياضيات لديهم خبرة قليلة في جوانب التفكير الجبري لأنهم لم تتح لهم الفرصة لتنمية فهمهم للتفكير الجبري ، وأنهم بحاجة إلى المساعدة لتعلم كيفية تقديم تعليمات غنية وصريحة لتطوير التفكير الجبري لطلبتهم، وأنهم بحاجة إلى فرص لحل المشكلات وتبرير التفكير واستخدام تمثيلات متعددة وطرح الأسئلة وتحديد واستخدام المهام التي تعزز فهم الطلبة المفاهيمي والإجرائي وتبني قدرتهم على التفكير جبرياً،

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

ولعل ذلك يتفق مع ما نادى به الاطار العام للرياضيات ومعاييرها و مؤشرات أدائها الصادر عن المركز الوطني لتطوير المناهج الأردنية، وقامت معلمة رياضيات بحل السؤال دون تبرير وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، في المقابل قامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بالربط بين معطيات السؤال بشكل خاطئ وأعطيت المعلمة العلامة (0) وهذا يعكس تحديد صعوبات محتوى الجبر وعدم قدرة المعلم في التعرف على المعاني الرياضية المختلفة لمفاهيم الجبر وربطها بمسائل تعكس علاقة الواقع بالمحتوى الجبري، لعل ذلك يتفق مع دراسة (Mastuti,2023).

وفي نفس مجال" تحليل الهياكل الرياضية" نناقش حلول مُعلِّمات رياضيات وفق إطار تصحيح الاختبار والسؤال هو:" قطع أحمد نصف المسافة من البيت إلى المدرسة بسرعة (6 كم/ س) وحتى لا يصل متأخراً قام بقطع المسافة الباقية بسرعة (8 كم/ س) فإذا كان الزمن المستغرق في الفترة الثانية يقل عن الفترة الأولى بمقدار (10) دقائق فما المسافة بين البيت والمدرسة؟ (برر إجابتك) حيث قامت معلمة رياضيات بتوضيح العلاقة بين الدقائق والساعة ومن ثم فرضت زمن المرحلة الأولى وزمن المرحلة الثانية، علماً بأن المسافة الأولى تساوي المسافة الثانية، واستفادت من ذلك في تكوين معادلات وحلها للوصول إلى المسافة بين البيت والمدرسة لتساوي (8) وأُعطيت المعلمة العلامة (2)، وذكرت أن معرفة بيداغوجيا المحتوى الرياضي بشكل جيد تساعد المعلم في خلق حلول رياضية تعكس فهم المحتوى وتوجيه أسئلة تطور التفكير وتلبي توقعات المتعلمين، ولعل ذلك يتفق مع ما دعا إليه (Tsafe,2013)، وقامت معلمة رياضيات أُخرى بتخمين الجواب الصحيح دون تبرير الخطوات، وأُعطيت المعلمة العلامة (1)، بالمقابل قامت معلمة رياضيات من المجموعة الضابطة بحل السؤال بشكل خاطئ وأُعطيت المعلمة العلامة (0) وهذا يعكس أهمية تطوير البنية الجبرية للمتعلم والربط بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية ضمن السياق الجبري وأهمية التركيز على توليد المعرفة من الحساب بشكل كافي، ولعل هذا ما أكدت عليه دراسة عثمان(2020).

التوصيات

إن عرض مظاهر أداء مُعلِّمات رياضيات المرحلة الأساسية بشكل تفصّيلي ساعد في مناقشة خوارزميات متنوعة، وطرق تفكير المُعلِّمات بشكل متنوع في مجالات التّفكير الجبري، ونظراً لأهمّية البرامج التّدريبية الّتي تركز على تدعيم اللبنات الأساسية من خلال تنويع فرص التّفكير ورصد النّتائج لدعم الميدان التّربوي بما يخدم فرص تحسين وتمكين المُعلِّمين من جهة، والانعكاسات البيداغوجية على أداء المتعلمين والعمليّة البيداغوجية ككل، ومبادئ تدريس الجبر وتحسين التّفكير الجبري بمجالاته لربط العالم الحقيقي بمواقف تتكون من رموز ورسوم ونماذج تمكن من فهم آلية عمل المتغيّرات والمجاهيل للوصول إلى الفهم الصّحيح داخل الفصول الدّراسيّة، لذا توصي الدراسة بما يلي:

- ضرورة التّنويع في التطبيق ضمن محتوى الجبر لمُعلِّمي الرّيّاضيّات، ولمراحل مختلفة، وانعكاس ذلك على أداء المُعلِّم، والطّالب.
- ضرورة التّنويع في مجالات التّفكير الجبري ضمن تطبيق المناهج المدرسيّة، والتّركيز على تنميتها لكل من المُعلِّم والطّالب.
- إجراء المزيد من البحوث للرّبط بين مجالات التّفكير الجبري وأداء المُعلِّمين في مواضيع متنوعة في الرّيّاضيّات وانعكاسها على الطّلبة من جهة أخرى.

المصادر

1. خصاونة، أمل والبركات، علي. (2007). المعرفة الرياضية والمعرفة البيداغوجية في الرياضيات لدى الطلبة/ المعلمين. المجلة الأردنية في العلوم التربوية. 3(3)، 287-300
2. عثمان، شذا محمد. (2020). التّفكير الجبري المبكر لدى معلمي المرحلة الأساسية وتلامذتهم. (رسالة دكتوراة غير منشورة)، جامعة اليرموك، اربد، الأردن.
3. عمر، العالم بن عبد القادر. (2015). الأسس التربوية لاستراتيجية النمذجة الجبرية في حل المشكلات في الرياضيات. مجلة كلية التربية الأساسية للعلوم التربوية والإنسانية.24، 15-35
4. المركز الوطني لتطوير المناهج. (2021). الإطار العام والخاص للرياضيات ومعاييرها ومؤشرات أدائها

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

من مرحلة رياض الأطفال حتى الصف الثاني عشر. عمان. الأردن.
5. موسى، عدنان والجبر، شاكر. (2019). واقع المعرفة البيداغوجية عند معلمي الرياضيات للصف التاسع الأساسي المتعلقة بوحدة تحليل المقادير الجبرية. مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية. 11(29)، 44-55
6. وزارة التربية والتعليم. (2019). ميثاق مهنة التعليم (الجزء الثالث) -المعايير التخصصية لمعلم الرياضيات. إدارة الإشراف والتدريب التربوي. عمان. الأردن.
7. Aliustaoğlu, F. Tuna, A. (2022). Analysis of the Pedagogical Content Knowledge Development of Prospective Teachers in the Lesson Plan Development Process: 4MAT Model, International Journal of Progressive Education.18(1),298-321
8. Aminah, N. Wahyuni, I. (2019). The ability of pedagogic content knowledge (PCK) of mathematics teacher candidate based on multiple intelligent. Journal of Physics: Conference Series. 1280(4), 1-6 https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1280/4/042050
9. Ball, D, Thames, M & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching "What Makes It Special". Journal of Teacher Education. 59(5), 389-407
10. Black, J. (2009) "Content Knowledge and Pedagogical Content Knowledge of Algebra Teachers and Changes in Both Types of Knowledge as a Result of Professional Development," Proceedings of the Annual Meeting of the Georgia Association of Mathematics Teacher Educators. 3(1), 3 https://digitalcommons.georgiasouthern.edu/gamte-proceedings/vol3/iss1/3
11. Bos, B, Lee, K. (2014). Mathematical content, pedagogy, and technology: what it can mean to practicing teachers. https://www.researchgate.net/publication/268207329
12. Carraher, D. Schliemann, A. (2018). Cultivating Early Algebraic Reasoning. In C. Kieran (Ed.), Teaching and learning algebraic thinking with 5- 12- year-olds. The Global Evolution of an Emerging Field of Research and Practice. ICME-13 Monographs. Chaim, Switzerland: Springer International Publishing, 107-138.
13. Geraniou, E, Mavrikis, M. (2015). Building Bridges to Algebra Through a Constructivist Learning Environment. CONSTUCTIVIST FOUNDATIONS. 10(3). 321-330 https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/1475782
14. Glassmeyer, D., & Edwards, B. (2016). How middle grades teachers think about algebraic reasoning. Mathematics Teachers Education and Development, 18(2),92-106
15. Guler, M, Celik, D. (2021). The Effect of an Elective Algebra Teaching Course on Perspective Mathematics Teachers Pedagogical Content Knowledge**.** International Electronic Journal of Mathematics Education.16(2),1-12 https://doi.org/10.29333/iejme/10902
16. Hernon, C. (2009). Teacher Exploration of Instructional Strategies to Promote Algebraic Thinking. University of Nevada, Las Vegas. Thesis & Dissertations. http://dx.doi.org/10.25669/zs7u-hksp
17. Hill, H, Schilling, S, & Ball, D. (2004). Developing Measures of Teachers'

DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

Mathematics Knowledge for Teaching. The Elementary School Journal, 105(1), 11–30 https://doi.org/10.1086/428763

18. Hill, H. Ball, D. & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education, 39, 372-400
19. Hodgen, J. Oldenburg, R. & Strømskag, H. (2018). Algebraic thinking. In book: Developing research in mathematics education: Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe, Routledge,3 ,32–45
20. Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades, 5-17. New York: Lawrence Erlbaum Associates.
21. Khasawneh, Amal and Barakat, Ali. (2007). Mathematical knowledge and pedagogical knowledge in mathematics among students/teachers. Jordanian Journal of Educational Sciences. 3(3), 287-300
22. Kaye, S, Helen, C, Margaret, K. (2004). The Future of the Teaching and Learning of Algebra, The 12th ICMI Study,8, 329–346, https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_13
23. Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It**.** The Mathematics Educator. 8(1), 139-151
24. Krauss, S & Brunner, M & Kunter, M & Baumert, J & Blum, W & Neubrand, M & Jordan, A. (2008). Pedagogical Content Knowledge and Content Knowledge of Secondary Mathematics Teachers. Journal of Educational Psychology. 100(3). 716-725
25. Magiera, M, van den Kieboom, L, & Moyer, J. (2017). K-8 Pre-service Teachers Algebraic Thinking: Exploring the Habit of Mind Building Rules to Represent Functions. Mathematics, Statistics and Computer Science Faculty Research and Publications.19(2), 25-50
26. Mason, J. Graham, A. & Johnston. S. (2005) Wilder Developing Thinking in Algebra. The Open University in association with Paul Chapman Publishing
27. Mastuti, A. G. (2023). Investigating Pedagogical Content Knowledge and Decision Making on Algebraic Tasks. JRPM (Journal Review Pembelajaran Matematika), 8(1), 1-17
28. Mastuti, A. G., & Prayitno, L. L. (2023). Exploring high school teacher's design of rich algebra tasks. Journal Elemen, 9(1), 1-14. https://doi.org/10.29408/jel.v9i1.5851
29. McCrory, R., Floden, R., Ferrini-Mundy, J., Reckase, M. D. & Senk, S. L. (2012). Knowledge of algebra for teaching: a framework of knowledge and practices. Journal for Research in Mathematics Education, 43 (5), 584–615.
30. Ministry of Education. (2019). Charter of the Teaching Profession (Part III) - Specialized Standards for Mathematics Teacher. Department of Educational Supervision and Training. Oman. Jordan.
31. McAuliffe, S, Lubben, F. (2013). Perspective on pre-service teacher

DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

Knowledge for teaching early algebra. Perspectives in Education. 31(3), 155-169.

32. Murtafiah, W, Lukitasari, M. (2019). DEVELOPING PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE OF MATHEMATICS PRE-SERVICE TEACHER THROUGH MICROTEACHING LESSON STUDY. Journal Pendidikan Matematika, 13(2), 201-218
33. Musa, Adnan and al-Jabr, Shaker. (2019). The reality of pedagogical knowledge among mathematics teachers for the ninth grade related to the unit of analysis of algebraic expressions. Journal of Al-Quds Open University for Educational and Psychological Research and Studies. 11(29), 44-55
34. National Center for Curriculum Development. (2021). The general and specific framework of mathematics, its standards and performance indicators from kindergarten to twelfth grade. Oman. Jordan.
35. National Research Council (NCTM). (2001). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC. The National academic press,133-134
36. Omar, the scholar ibn Abd al-Qadir. (2015). Educational foundations of algebraic modeling strategy in problem solving in mathematics. Journal of the Faculty of Basic Education for Educational Sciences and Humanities.24, 15-35
37. Osei, W. & Agyei, D. (2023). Teaching knowledge and difficulties of In-field and Out-of-field Junior High School mathematics teachers in algebra. Cogent Education,10, 1-25 https://doi.org/10.1080/2331186X.2023.2232240
38. Othman, Shaza Mohammed. (2020). Early algebraic thinking among primary school teachers and their students. (Unpublished PhD thesis), Yarmouk University, Irbid, Jordan.
39. Ribeiro, A, Ponte, J. (2019). Professional Learning Opportunities in a Practice- Based Teacher Education Programme about the Concept of Function. Acta Scientiae, Canoas. 21(2), 49- 74
40. Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher.15(2). 4-14. http://www.jstor.org/stable/1175860
41. Sibgatullin, I, Korzhuev, A, Khairullina, E, Sadykova, A, Baturina, R, Chhauzova, V. (2021). A systematic Review on Algebraic Thinking in Education. (EURASIA) Journal of Mathematics Science and Technology Education.18(1),1-15 https://doi.org/10.29333/ejmste/11486
42. Steinweg. A. (2017). Key ideas as guiding principles to support algebraic thinking in German primary schools. Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME ,10. 512-519 https://hal.science/hal-01914648
43. Tsafe, A. (2013). Teacher pedagogical knowledge in mathematics: a tool for addressing learning problems. Scientific Journal of Pure and Applied Sciences, 2(1), 1-7
44. Turnuklu, E. Yesildere, S. (2007). THE PEDAGOGICAL CONTENT KNOWLEDGE IN MATHEMATICS: PRE-SERVICE PRIMARY

ISSN Online: 2709-071X
ISSN Print: 2709-0701
DOI: https://doi.org/10.33193/JEAHS.41.2024.572
مجلة العلوم التربوية والإنسانية
Journal of Educational and Human Sciences
www.jeahs.com
Volume (41) - December 2024
العدد (41) - ديسمبر 2024

MATHEMATICS TEACHERS' PERSPECTIVES IN TURKEY. IUMPST: The Journal, Vol. 1, 1-13

45. Windsor, W. (2010). Algebraic Thinking: A Problem-Solving Approach. Mathematics Education Research Group of Australasia, 665-672